

BÀI TẬP XÁC SUẤT THỐNG KÊ

Dùng cho các lớp khoa Vận tải Kinh tế

10/2017

Chú ý đối với sinh viên

1. Tài liệu này được biên soạn cho các sinh viên khoa Vận tải kinh tế sử dụng trong học phần Xác suất thống kê. Các bài tập ở đây được sử dụng chung trong các giờ bài tập của học phần này. Yêu cầu về việc chuẩn bị bài tập cho từng tuần sẽ được giảng viên thông báo trực tiếp cho sinh viên.

1. Đại cương về lý thuyết Xác suất

Bài 1.1. Trong tủ lạnh của căng tin có 12 hộp sữa chua trong đó có ba hộp đã quá hạn sử dụng. Người bán hàng chọn ngẫu nhiên 4 hộp sữa chua từ đó để bán cho một nhóm sinh viên. Tính xác suất của sự kiện:

- Trong bốn hộp sữa chua đó có đúng hai hộp đã quá hạn sử dụng;
- Trong bốn hộp sữa chua đó có ít nhất một hộp đã quá hạn sử dụng.

Bài 1.2.** Một khu phố có 10 đứa trẻ. Vào đêm Halloween một gia chủ trong khu phố này đặt trước cửa một đĩa kẹo gồm 100 cái và các món quà khác. Những đứa trẻ của khu phố đến đó lấy đi các món quà hay những chiếc kẹo trong đĩa. Sáng hôm sau gia chủ đó thấy trong đĩa còn lại 45 cái kẹo. Hãy tính xác suất của sự kiện:

- Mỗi một đứa trẻ của khu phố đó đã lấy ra khỏi đĩa ít nhất là một cái kẹo;
- Mỗi một đứa trẻ của khu phố đó đã lấy ra khỏi đĩa ít nhất là hai cái kẹo.

Bài 1.3. Người ta sắp xếp ngẫu nhiên 10 sinh viên nam và 5 sinh viên nữ thành một hàng dọc. Tính xác suất để xảy ra sự kiện không có hai sinh viên nữ nào đứng cạnh nhau.

Bài 1.4. Có bốn hành khách được sắp xếp ngẫu nhiên lên một đoàn tàu có 6 toa. Tính xác suất để xảy ra sự kiện

- Bốn người lên bốn toa khác nhau;
- Có hai người lên cùng một toa và hai người còn lại lên cùng một toa khác.

Bài 1.5. Một doanh nhân có một chuỗi gồm 3 cửa hàng vật liệu xây dựng hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để mỗi cửa hàng có doanh thu trong một ngày trên 50 triệu đồng là 0,7; 0,8 và 0,6. Hãy tính xác suất để trong một ngày:

- Cả ba cửa hàng có doanh thu trên 50 triệu đồng;
- Có ít nhất hai cửa hàng có doanh thu trên 50 triệu đồng.

Bài 1.6. Một sinh viên mới ra trường đồng thời nộp bốn hồ sơ xin việc cho bốn công ty, phỏng vấn trình độ và chờ kết quả. Cho biết xác suất để mỗi công ty nhận sinh viên đó vào thử việc tương ứng là 0,2; 0,35; 0,5 và 0,65. Tính xác suất của sự kiện "có ít nhất một công ty nhận sinh viên đó vào thử việc đồng thời công ty thứ ba không nhận sinh viên đó".

Bài 1.7. Một sinh viên mới ra trường đồng thời nộp bốn hồ sơ xin việc cho bốn công ty, phỏng vấn trình độ và chờ kết quả. Cho biết xác suất để mỗi công ty nhận sinh viên đó vào thử việc tương ứng là 0,5; 0,6; 0,3 và 0,1. Tính xác suất của sự kiện "có ít nhất hai công ty nhận sinh viên đó vào thử việc đồng thời công ty thứ tư không nhận sinh viên đó".

Bài 1.8. Một nhà đầu tư dự tính trong hai phiên giao dịch liên tiếp sẽ đặt lệnh mua hai mã chứng khoán khác nhau. Mỗi phiên giao dịch ông ta đặt mua 2 lệnh; mỗi lệnh mua một mã chứng khoán. Ở mỗi phiên, xác suất để lệnh mua mã thứ nhất được thực hiện thành công là 0,4; xác suất để lệnh mua mã thứ hai được thực hiện thành công là 0,6. Tính xác suất để xảy ra sự kiện: số lệnh đặt mua được thực hiện thành công ở hai phiên là như nhau.

Bài 1.9. Một nhà đầu tư đặt bốn lệnh mua bốn mã chứng khoán khác nhau trong một phiên giao dịch. Xác suất để mỗi lệnh mua được thực hiện thành công tương ứng là 0,7; 0,75; 0,6; 0,5. Tính xác suất của sự kiện trong bốn lệnh mua của nhà đầu tư có đúng một lệnh được thực hiện thành công.

Bài 1.10. Tại một gian hàng của siêu thị người ta đặt vào đó 15 gói bánh trong đó có 6 gói bánh mà hạn sử dụng chỉ còn không quá ba ngày. Một khách hàng muốn lấy một gói bánh mà hạn sử dụng còn trên ba ngày để bỏ vào giỏ hàng của mình. Người đó chọn ngẫu nhiên từng gói bánh để kiểm tra hạn sử dụng. Nếu gói bánh được chọn có hạn sử dụng chỉ còn không quá ba ngày thì loại ra và chọn tiếp gói bánh khác. Tính xác suất của sự kiện người đó chọn được gói bánh mình muốn sau khi kiểm tra 4 gói bánh.

Bài 1.11. Một sinh viên đi từ nhà đến trường phải đi qua 2 vị trí có đèn tín hiệu giao thông. Hệ thống đèn tín hiệu thứ nhất đặt thời gian 40 giây màu xanh, 5 giây màu vàng, và 60 giây màu đỏ. Hệ thống đèn tín hiệu thứ hai đặt thời gian 45 giây màu xanh, 5 giây màu vàng, và 75 giây màu đỏ. Các hệ thống đèn tín hiệu hoạt động độc lập với nhau. Tính xác suất để sinh viên đó gặp đúng 2 lần đèn có màu khác nhau khi đi đến trường.

Bài 1.12. Một nhà máy có ba phân xưởng tương ứng sản xuất 20%, 50%, 30% tổng sản phẩm. Tỷ lệ phế phẩm của từng phân xưởng tương ứng là 1%, 2%, 3%.

- Tính tỷ lệ phế phẩm chung của nhà máy.
- Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm được sản xuất và nhận được phế phẩm. Tính xác suất để phế phẩm đó do phân xưởng thứ nhất sản xuất.

Bài 1.13. Thị trường truyền hình cáp ở một thành phố lớn có cấu trúc như sau: Các nhà cung cấp A, B, C tương ứng chiếm 30%; 43%; 27% thị phần. Cho biết tỷ lệ thuê bao của các hãng không sử dụng gói kênh HD tương ứng là 70%, 80%, 90%.

- Tính tỷ lệ thuê bao không sử dụng gói kênh HD trong toàn bộ thị trường.
- Chọn ngẫu nhiên một thuê bao có sử dụng gói kênh HD. Tính xác suất để thuê bao đó thuộc về nhà cung cấp B.

Bài 1.14. Một xí nghiệp chế biến tôm xuất khẩu nhập nguyên liệu từ ba nhà cung cấp và phân loại sản phẩm sau khi sơ chế thành sản phẩm loại 1 và sản phẩm loại 2. Tỷ lệ tôm nguyên liệu được nhập từ các nhà cung cấp tương ứng là 60%, 25%, 15%. Tỷ lệ sản phẩm loại một thu được từ các nguồn nguyên liệu tương ứng với từng nhà cung cấp là 80%, 60%, 50%.

- Tính tỷ lệ sản phẩm loại một trong tổng sản phẩm do nhà máy chế biến.

- Chọn ngẫu nhiên một gói sản phẩm và nhận được sản phẩm loại 2. Hãy tính xác suất để gói sản phẩm loại hai đó được chế biến từ nguyên liệu của nhà cung cấp thứ ba.

Bài 1.15. Cho biết tuyến vận tải hành khách nối hai thành phố A, B được ba công ty vận tải đăng ký khai thác với tỷ lệ được phân bổ trên tổng số chuyến tương ứng là 0,4; 0,35 và 0,25. Tỷ lệ xe của mỗi hãng không đảm bảo các yêu cầu về khí thải tương ứng là 0,3; 0,4; 0,5.

- Tính tỷ lệ các chuyến xe khách không đảm bảo các yêu cầu về khí thải của tuyến vận tải hành khách trên.
- Kiểm tra ngẫu nhiên một chuyến xe của tuyến vận tải hành khách trên và thấy xe không đảm bảo các yêu cầu về khí thải. Tính xác suất để xe đó thuộc về công ty vận tải thứ ba.

Bài 1.16. Cảnh sát tiến hành lắp đặt 4 hệ thống camera để kiểm soát người vi phạm luật giao thông tại 4 vị trí khác nhau ở một khu vực. Biết rằng thời gian hoạt động của các hệ thống lần lượt là 50%, 60%, 20%, 30% thời gian trong ngày. Một người tham gia giao thông vượt quá tốc độ có xác suất đi qua các vị trí có camera kiểm soát lần lượt là 0,3; 0,3; 0,15; 0,25.

- Tính xác suất để người đi quá tốc độ bị các camera phát hiện.
- Chọn ngẫu nhiên một người đi quá tốc độ nhưng không bị camera phát hiện. Tính xác suất để đó là người đi quá tốc độ khi qua vị trí thứ ba.

Bài 1.17. Cho biết có 14% tổng số công nhân của một xí nghiệp bị mắc các bệnh nghề nghiệp và có 60% công nhân của xí nghiệp phải làm việc trong môi trường độc hại. Tỷ lệ mắc bệnh nghề nghiệp của các công nhân phải làm việc trong môi trường độc hại gấp bốn lần tỷ lệ tương ứng của các công nhân còn lại. Chọn ngẫu nhiên một công nhân phải làm việc trong môi trường độc hại. Tính xác suất để công nhân đó là người mắc bệnh nghề nghiệp.

Bài 1.18. Mọi sản phẩm của một nhà máy đều phải qua khâu kiểm tra chất lượng và có 62,2% tổng sản phẩm đạt yêu cầu. Do khâu kiểm tra chưa thật sự hoàn hảo nên có 93% sản phẩm tốt đạt yêu cầu và cũng có 5% sản phẩm xấu đạt yêu cầu.

- Tính tỷ lệ sản phẩm tốt của nhà máy.
- Tính tỷ lệ sản phẩm tốt trong số sản phẩm đạt yêu cầu kiểm tra.
- Tính tỷ lệ sản phẩm xấu trong số sản phẩm đạt yêu cầu kiểm tra.

Bài 1.19. Cho biết xác suất để một loại điện thoại di động sử dụng được trên 48 tháng là 0,3. Trong một ngày một cửa hàng bán ra 10 chiếc điện thoại loại đó. Hãy tính xác suất của sự kiện trong 10 chiếc điện

thoại được bán ra ngày hôm đó có 2 chiếc sử dụng được trên 48 tháng.

Bài 1.20. Cho biết xác suất để một cửa hàng bán hết một lô hàng gồm 20 thùng bia trong vòng một tháng là 0,7. Một đại lý chuyển đến 6 cửa hàng, mỗi cửa hàng một lô hàng gồm 20 thùng bia. Hãy tính xác suất của sự kiện trong 6 cửa hàng nhận bia từ đại lý có ít nhất bốn cửa hàng bán hết hàng trong vòng một tháng.

2. Đại lượng ngẫu nhiên rời rạc

Bài 2.1. Một dây chuyền gồm bốn bộ phận được kiểm tra an toàn. Nếu bộ phận trước đạt tiêu chuẩn an toàn thì kiểm tra tiếp bộ phận sau. Nếu có một bộ phận nào đấy không đạt tiêu chuẩn an toàn thì dừng việc kiểm tra lại để sửa chữa. Xác suất để các bộ phận đạt tiêu chuẩn tương ứng là 0,75; 0,8; 0,9; 0,95. Gọi X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số bộ phận đạt tiêu chuẩn an toàn mà quá trình kiểm tra đã xác nhận. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X và tính EX .

Bài 2.2. Nhân viên tài vụ của một công ty cầu đường thực hiện việc kiểm tra các hồ sơ hoàn công theo 4 bước. Giả thiết rằng nếu phát hiện sai sót ở bất cứ bước nào thì sẽ không kiểm tra các bước còn lại và trả hồ sơ về các đội thi công để bổ sung, chỉnh sửa. Cho biết xác suất phát hiện sai sót ở từng bước tương ứng là 0,2; 0,4; 0,15; 0,25. Gọi X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số bước kiểm tra được thông qua đối với một hồ sơ. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X và tính trung bình của X .

Bài 2.3. Một doanh nhân có một chuỗi gồm 3 cửa hàng điện thoại hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để mỗi cửa hàng có doanh thu trong một ngày trên 70 triệu đồng là 0,4; 0,7 và 0,8. Gọi X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số cửa hàng của ông ta trong 1 ngày (ngày đấy) có doanh thu trên 70 triệu đồng. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X .

Bài 2.4. Tại một gian hàng của siêu thị người ta đặt vào đó 20 chai nước ép hoa quả trong đó có 3 chai mà hạn sử dụng chỉ còn không quá một tháng. Một khách hàng muốn lấy một chai mà hạn sử dụng còn trên một tháng để bỏ vào giỏ hàng của mình. Người đó chọn ngẫu nhiên từng chai để kiểm tra hạn sử dụng. Nếu chai được chọn là chai mà hạn sử dụng chỉ còn không quá một tháng thì loại ra và chọn tiếp chai khác. Gọi X là số chai mà người đó phải kiểm tra. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X và tính giá trị trung bình của X .

Bài 2.5. Một công ty lựa chọn được 20 nhân viên gồm 11 nam và 9 nữ đủ tiêu chuẩn đi học nâng cao trình độ ở nước ngoài. Người ta cho 20 nhân viên này rút thăm để chọn bốn người đi học đợt đầu tiên. Gọi X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số nhân viên nam có mặt trong 4 người được chọn. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X và tính giá trị trung bình của X .

Bài 2.6. Tại một gian hàng của siêu thị người ta đặt vào đó 16 lon bia trong đó có 3 lon sắp hết hạn sử dụng. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 5 lon bia từ 16 lon của gian hàng đó để bỏ vào giỏ hàng của mình. Gọi X là số lon bia sắp hết hạn sử dụng được khách hàng đó lựa chọn. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X và tính giá trị trung bình của X .

Bài 2.7. Một nhà nghiên cứu được cấp kinh phí để tiến hành thí nghiệm không quá 3 lần. Các thí nghiệm được tiến hành độc lập với xác suất thành công lần lượt là 0,3; 0,4; 0,5. Các thí nghiệm tiến hành đến khi thành công hoặc hết số lần thí nghiệm thì dừng.

- Tính xác suất nhà nghiên cứu phải tiến hành thí nghiệm ở lần thứ 3.
- Tính số tiền tiền trung bình để tiến hành công việc trên. Biết mỗi lần tiến hành thí nghiệm hết 20 triệu đồng.

Bài 2.8. Mỗi sinh viên phải đăng ký học và thi một học phần bắt buộc có 3 tín chỉ cho đến khi thi đạt yêu cầu để được tính là đã hoàn thành học phần. Học phí cho mỗi lần đăng ký học và thi của học phần này là 420 nghìn đồng. Xác suất để các sinh viên thi đạt yêu cầu trong mỗi lần học và thi học phần này là 0,83. Giả sử rằng các lần học và thi là độc lập với nhau. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên đã hoàn thành học phần này.

- Tính xác suất của sự kiện sinh viên được chọn là sinh viên đã đăng ký học và thi học phần này ít nhất 3 lần.
- Gọi X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ tổng số học phí sinh viên đó đã phải nộp của học phần này cho đến khi hoàn thành nó. Tính giá trị trung bình của X .

Bài 2.9. Tại quầy thanh toán của siêu thị, đầu đọc mã vạch có khả năng đọc chính xác mã vạch trên sản phẩm với xác suất 88%. Nếu đầu đọc không đọc được mã vạch trên sản phẩm nào đấy thì nhân viên thu ngân phải nhập mã số của sản phẩm đó vào máy tính theo cách làm thủ công. Gọi X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số lượng sản phẩm mà đầu đọc đọc được mã vạch trên đó giữa hai lần thu ngân nhập mã số theo kiểu thủ công.

- a) Hãy lập bảng phân phối xác suất của X .
 b) Tính xác suất của sự kiện đầu đọc đọc được mã vạch không quá bốn lần liên tiếp.

Bài 2.10. Một nhà đầu tư muốn bán đi một lượng cổ phiếu và ông đặt lệnh bán toàn bộ số cổ phiếu này mỗi ngày một lần và liên tiếp từng ngày cho đến khi lệnh bán được thực hiện thành công. Cho biết rằng xác suất để lệnh bán được thực hiện thành công trong mỗi ngày là 0,45. Gọi X là số ngày nhà đầu tư đưa ra lệnh bán số cổ phiếu đó.

- a) Hãy lập bảng phân phối xác suất của X .
 b) Tính giá trị trung bình của X .

Bài 2.11. Những chi tiết máy được thí nghiệm bằng cách cho sử dụng quá tải. Xác suất để mỗi một chi tiết chịu được thí nghiệm bằng 0,8 và độc lập nhau. Tiến hành thí nghiệm từng chi tiết một và việc thí nghiệm sẽ kết thúc sau khi có chi tiết đầu tiên không chịu được thí nghiệm.

- a) Lập bảng phân phối xác suất của số lần thí nghiệm.
 b) Tính số lần thí nghiệm trung bình.

Bài 2.12. Một công ty quảng cáo lắp đặt một dãy 14 biển quảng cáo tấm lớn trên một tuyến đường cao tốc. Công ty phải chi cho mỗi biển quảng cáo số tiền là 32 triệu đồng/năm và thu của khách hàng thuê biển số tiền 130 triệu đồng/năm. Xác suất để mỗi tấm biển được thuê trong mỗi năm là 0,65. Gọi X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số tiền lãi của công ty thu được từ 14 biển quảng cáo đó. Hãy tính kỳ vọng và phương sai của X .

Bài 2.13. Hệ thống điện ở một nhà máy đông lạnh được thiết kế có 5 động cơ đề phòng khi mất điện. Các động cơ này hoạt động độc lập với xác suất hỏng bằng nhau và bằng 0,3. Nhà máy khi mất điện thì hệ thống tự động kích hoạt các động cơ.

- a) Lập bảng phân phối xác suất chỉ số động cơ hoạt động khi nhà máy bị mất điện.
 b) Tính xác suất để nhà máy còn duy trì sản xuất. Biết nhà máy còn tiếp tục sản xuất nếu ít nhất 4 động cơ hoạt động.

Bài 2.14. Một công ty bảo hiểm bán bảo hiểm cho 180.000 học sinh trong một năm với mức bán 220.000 đồng một học sinh. Nếu học sinh có bảo hiểm bị tai nạn ở mức được chi trả bảo hiểm thì công ty sẽ chi tiền số tiền bảo hiểm là 15 triệu đồng. Cho biết xác suất gặp tai nạn ở mức được chi trả bảo hiểm của mỗi học sinh trong một năm là 0,0055. Hãy tính số tiền lãi trung bình của công ty khi bán bảo hiểm cho 180.000 học sinh đó.

Bài 2.15. Thống kê về tai nạn giao thông cho thấy tỉ lệ tai nạn xe máy (vụ/tổng số xe/năm) chia theo mức độ nhẹ và nặng tương ứng là 0,001 và 0,005. Một công ty bán bảo hiểm xe máy với mức thu phí hàng năm là 50000 đồng và số tiền bảo hiểm trung bình 1 vụ là 1 triệu đồng đối với trường hợp nhẹ và 3 triệu đồng đối với trường hợp nặng. Hỏi lợi nhuận trung bình hàng năm mà công ty thu được đối với mỗi hợp đồng bảo hiểm là bao nhiêu, biết rằng thuế doanh thu phải nộp là 10% và tổng tất cả các chi phí khác chiếm 15% doanh thu.

Bài 2.16. Một công ty xây dựng cầu đường có 3 đội thi công, mỗi đội thi công có 10 xe ô tô tải hoạt động độc lập với nhau. Xác suất trong một ngày mỗi ô tô bị hỏng là như nhau và bằng 0,15.

- a) Tìm luật phân phối xác suất của số ô tô tải bị hỏng trong một ngày của một đội thi công.
 b) Trung bình trong một ngày, công ty này có bao nhiêu xe ô tô tải bị hỏng?
 c) Nếu mỗi thợ có thể sửa chữa tối đa 2 xe ô tô bị hỏng trong một ngày trực, thì công ty cần bố trí bao nhiêu thợ trực sửa chữa mỗi ngày là hợp lý nhất?

Bài 2.17. Một tuyến xe bus có 14 điểm dừng đón khách. Giả sử tại mỗi điểm dừng số khách lên xe tuân theo luật phân phối Poisson với tham số $\lambda = 8$. Biết mỗi khách đi xe phải trả 7000 đồng.

- a) Tính xác suất của sự kiện trong 14 điểm dừng có 10 điểm có không ít hơn 3 hành khách lên xe.
 b) Tính số tiền trung bình thu được khi chạy một chuyến xe bus trên.

Bài 2.18. Một chủ xe có bốn xe ô tô để cho thuê hàng ngày. Số yêu cầu thuê xe X trong mỗi ngày là một đại lượng ngẫu nhiên có phân phối Poisson với tham số $\lambda = 3, 2$.

- a) Tính xác suất để cả bốn xe của chủ xe đều được thuê trong một ngày.
 b) Gọi Y là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số xe của chủ xe đó được thuê trong một ngày. Hãy tính giá trị trung bình của Y .

Bài 2.19. Một trạm cho thuê xe có 3 xe taxi. Hàng ngày phải nộp thuế 8\$/1xe dù xe có được thuê hay không. Mỗi chiếc xe taxi được thuê với giá 20\$/1 ngày. Giả sử yêu cầu thuê xe của trạm là X có phân phối Poisson với tham số $\lambda = 2, 8$.

- a) Tính số tiền lãi trung bình của trạm thu được trong một ngày.
 b) Giải bài toán trong trường hợp trạm có 4 xe. Từ đây đưa ra kết luận trạm nên có 3 hay 4 xe?

Bài 2.20. Số lần sinh viên gọi điện thoại có phân phối Poisson với số lần trung bình là 15.5 lần mỗi ngày. Mỗi lần gọi điện chi phí hết 2000 đồng.

- Tính xác suất để số lần gọi điện thoại trong 1 ngày không quá 5 lần.
- Tính chi phí trung bình của sinh viên sử dụng điện thoại mỗi tháng (30 ngày).

3. Đại lượng ngẫu nhiên liên tục

Bài 3.1. Cho đại lượng ngẫu nhiên X có hàm mật độ xác suất là:

$$f(x) = \begin{cases} a \cos x & \text{nếu } |x| < \frac{\pi}{2}, \\ 0 & \text{nếu } |x| \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

- Tìm hệ số a và vẽ đồ thị hàm số $f(x)$.
- Tính $P(0 < X < \pi/4)$.
- Tìm hàm phân phối xác suất $F(x)$.

Bài 3.2. Một cây ATM được nạp tiền mỗi tuần một lần, mỗi lần nạp tiền người ta để trong cây ATM đó 85 triệu đồng. Lượng tiền rút trong một tuần của cây này là một biến ngẫu nhiên X (đơn vị: trăm triệu đồng), có hàm mật độ xác suất

$$f(x) = \begin{cases} 5(1-x)^4, & \text{nếu } x \in (0; 1) \\ 0, & \text{nếu } x \notin (0; 1). \end{cases}$$

- Cho biết xác suất để trong một tuần cây ATM đó hết tiền là bao nhiêu.
- Hãy tính xác suất của sự kiện: trong 4 tuần hoạt động liên tiếp có duy nhất một tuần cây ATM hết tiền.

Bài 3.3. Cho biết thời gian mua xăng của các xe ô tô tại một cây xăng được mô hình hóa bởi đại lượng ngẫu nhiên X (tính theo phút) với hàm mật độ xác suất

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \notin [2, 8] \\ \frac{1}{324}(8x^2 - x^3) & \text{nếu } x \in [2, 8] \end{cases}$$

- Hãy tính thời gian trung bình để một xe ô tô mua xăng.
- Một xe đến trụ bơm xăng và phải đợi 3 xe đến trước đó. Tính xác suất để cả ba xe đó đều thực hiện việc mua xăng không quá năm phút.

Bài 3.4. Cho biết thời gian giao dịch của một khách hàng tại một quầy thanh toán của siêu thị được mô

hình hóa bởi đại lượng ngẫu nhiên X (tính theo phút) với hàm mật độ xác suất

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \notin [0, 3], \\ \frac{20}{243}(3x^3 - x^4) & \text{nếu } x \in [0, 3]. \end{cases}$$

- Hãy tính thời gian trung bình để thực hiện một giao dịch.
- Một khách hàng đến một quầy thanh toán và phải đợi 4 người đến trước đó. Tính xác suất để cả bốn người có mặt trước đều thực hiện giao dịch không quá hai phút.

Bài 3.5. Cho biết thời gian chuyển tiền giữa hai tài khoản của hai ngân hàng khác nhau được mô hình hóa bằng đại lượng ngẫu nhiên X (tính theo giờ) có hàm mật độ xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \notin [0, 4] \\ \frac{3}{32}(4x - x^2) & \text{nếu } x \in [0, 4] \end{cases}$$

- Hãy tính kỳ vọng và phương sai của đại lượng ngẫu nhiên X
- Hãy cho biết có bao nhiêu phần trăm giao dịch chuyển tiền được thực hiện với thời gian nhiều hơn ba giờ.

Bài 3.6. Cho biết thời gian gửi tiền thực tế X của các sổ tiết kiệm không kỳ hạn là một đại lượng ngẫu nhiên có hàm mật độ như sau:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 0 \text{ (tháng)}, \\ \frac{50}{(x+5)^3} & \text{nếu } x \geq 0 \text{ (tháng)}. \end{cases}$$

- Tính xác suất để một sổ tiết kiệm không kỳ hạn có thời gian gửi lớn hơn 1 tháng.
- Trong một ngày một phòng giao dịch lập 10 sổ tiết kiệm không kỳ hạn mới. Tính xác suất của sự kiện trong 10 sổ tiết kiệm đó có 2 sổ có thời gian gửi lớn hơn 1 tháng.

Bài 3.7. Cho biết thời gian gửi tiền thực tế X của các sổ tiết kiệm kỳ hạn 3 tháng là một đại lượng ngẫu nhiên có hàm mật độ như sau:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \notin [0, 4] \\ \frac{1}{64}(16x - x^3) & \text{nếu } x \in [0, 4] \end{cases}$$

- Tính xác suất để một sổ tiết kiệm kỳ hạn 3 tháng bị rút ra trước khi đáo hạn.
- Trong một ngày một phòng giao dịch lập 10 sổ tiết kiệm kỳ hạn 3 tháng mới. Tính xác suất của sự kiện trong 10 sổ tiết kiệm đó có 4 sổ bị rút ra trước khi đáo hạn.

Bài 3.8. Theo tiêu chuẩn kỹ thuật, một loại bê tông tươi đã để quá 3 giờ thì không được phép đổ vào vị trí thi công nữa. Thời gian để vận chuyển bằng xe từ trạm trộn đến một công trình và sắp xếp thiết bị để bơm hết bê tông từ xe vào vị trí thi công là đại lượng ngẫu nhiên X có hàm mật độ là

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 1 \text{ (giờ)}, \\ \frac{384}{(x+1)^7} & \text{nếu } x \geq 1 \text{ (giờ)}. \end{cases}$$

- Tính xác suất để một xe bê tông bị quá hạn không được phép đổ bê tông vào vị trí thi công nữa.
- Trong 100 xe bê tông tươi được vận chuyển đến công trình đó, giá trị trung bình của số xe bị quá hạn là bao nhiêu?

Bài 3.9. Một loại thực phẩm có thời hạn sử dụng ba tháng. Giá thành sản xuất của mỗi gói sản phẩm là 20 nghìn đồng. Nhà sản xuất bán sỉ cho các đại lý phân phối với giá bán là 35 nghìn đồng trên một gói sản phẩm và không lấy tiền các sản phẩm bị trả về do hết hạn sử dụng. Cho biết thời gian phân phối sản phẩm X tính từ ngày sản xuất cho đến ngày một gói sản phẩm đến tay người tiêu dùng (được sử dụng) là một đại lượng ngẫu nhiên có hàm mật độ như sau:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 0 \text{ (tháng)}, \\ \frac{648}{(x+6)^4} & \text{nếu } x \geq 0 \text{ (tháng)}. \end{cases}$$

- Tính xác suất để một gói sản phẩm được người tiêu dùng sử dụng có thời gian phân phối dưới hai tháng.
- Tính lợi nhuận trung bình của nhà sản xuất khi xuất xưởng một lô hàng gồm 80.000 gói sản phẩm.

Bài 3.10. Cho biết thời gian bốc dỡ hàng hóa của mỗi tàu vận tải biển tại một hải cảng là một đại lượng ngẫu nhiên X có phân phối mũ với trung bình là 4 ngày.

- Tính xác suất để một tàu biển có thời gian bốc dỡ hàng hóa trên 3 ngày.
- Hãy cho biết 5% số tàu biển có thời gian bốc dỡ hàng lâu nhất ứng với thời gian bốc dỡ hàng là bao nhiêu.

Bài 3.11. Cho biết thời gian sử dụng của một thiết bị giám sát hành trình của phương tiện vận tải hành khách là đại lượng ngẫu nhiên X (tính theo năm) có hàm mật độ như sau

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 0 \\ \frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}x} & \text{nếu } x \geq 0 \end{cases}$$

- Tính xác suất để một thiết bị mới có thời gian sử dụng không quá 3 năm.
- Một đội xe được nhận 3 thiết bị trên gồm hai thiết bị mới và một thiết bị cũ đã sử dụng 1 năm. Tính xác suất để cả ba thiết bị đó đều có thời gian sử dụng tiếp theo không quá 3 năm.

Bài 3.12. Một công ty mua một lô gồm 20 máy tính để bàn và trang bị cho các nhân viên. Cho biết tuổi thọ của các máy tính là đại lượng ngẫu nhiên có phân phối mũ với giá trị trung bình là 4,5 năm.

- Tính xác suất để một chiếc máy tính có tuổi thọ trên 4 năm.
- Sau 4 năm sử dụng giá trị trung bình của số máy tính (trong 20 máy trên) đã phải thay thế là bao nhiêu?

Bài 3.13. Thời gian sử dụng ổn định (không phải sửa chữa) của một loại máy giặt có phân phối mũ với giá trị trung bình là 5,5 (năm).

- Tính xác suất để máy giặt phải sửa chữa trước 7 (năm).
- Giả sử thời gian bảo hành của máy giặt là 3 năm. Tính xác suất để trong 10 máy giặt được bán có không quá 1 chiếc máy giặt phải bảo hành.

Bài 3.14. Một khách sạn lắp đặt 25 chiếc điều hòa. Biết tuổi thọ của mỗi chiếc điều hòa tuân theo luật phân phối mũ với giá trị trung bình là 6,5 (năm).

- Tính xác suất để một chiếc điều hòa có tuổi thọ trên 8 năm.
- Sau 8 năm sử dụng giá trị trung bình số điều hòa (trong 25 máy trên) đã phải thay thế là bao nhiêu?

Bài 3.15. Doanh thu hàng ngày của một gian hàng trong một siêu thị hàng điện tử là một đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với giá trị trung bình là 22 triệu đồng và độ lệch tiêu chuẩn là 4 triệu đồng. Nếu ngày nào gian hàng đạt doanh thu trên 25 triệu đồng thì các nhân viên bán hàng được nhận 1 điểm thưởng do có doanh thu cao.

- Tính xác suất để sau một ngày bán hàng các nhân viên của gian hàng được nhận 1 điểm thưởng.
- Tính xác suất để trong 1 tuần (gồm 7 ngày) các nhân viên bán hàng tích lũy được ít nhất 3 điểm thưởng.

Bài 3.16. Lượng điện năng tiêu thụ của một siêu thị trong một ngày là một đại lượng ngẫu nhiên X có phân phối chuẩn với trung bình là 245 (Kwh), độ lệch chuẩn là 14 (Kwh).

- a) Tính xác suất để một ngày nào đây lượng điện năng tiêu thụ của siêu thị lớn hơn 270 (Kwh)
 b) Trong một tháng (30 ngày) số ngày lượng điện năng tiêu thụ của siêu thị lớn hơn 270 (Kwh) có trung bình là bao nhiêu?

Bài 3.17. Tỷ giá hối đoái giữa USD và VND có biến động trong mỗi ngày và được mô hình hóa là một đại lượng ngẫu nhiên tuân theo luật phân phối chuẩn với kỳ vọng $a = 21.600$ và độ lệch tiêu chuẩn $\sigma = 125$.

- a) Tính xác suất trong một ngày tỷ giá hối đoái giữa hai đồng tiền trên không dưới 21.400.
 b) Tính xác suất để trong một tuần lễ (7 ngày) có đúng ba ngày tỷ giá hối đoái giữa hai đồng tiền trên dao động từ 21.400 đến 21.800.

Bài 3.18. Tuổi thọ của một loại bóng đèn là biến ngẫu nhiên có phân phối (xấp xỉ) chuẩn, với trung bình 960 giờ, độ lệch tiêu chuẩn 80 giờ. Thời gian bảo hành là 920 giờ. Nếu bóng đèn không phải bảo hành thì công ty lãi 200 nghìn đồng, còn bóng đèn phải bảo hành thì công ty lỗ 100 nghìn đồng.

- a) Tìm tỉ lệ bóng đèn loại này phải bảo hành.
 b) Tìm số tiền lãi trung bình khi công ty bán 5 bóng đèn.

Bài 3.19. Thời gian đi từ nhà đến trường của một sinh viên A là một biến ngẫu nhiên (đơn vị: phút) có phân phối chuẩn, với thời gian trung bình là 20 phút, độ lệch tiêu chuẩn là 8 phút. Thời điểm vào học là 7 giờ.

- a) Biết một hôm sinh viên A xuất phát lúc 6 giờ 45 phút, tính xác suất để A bị muộn buổi học ngày hôm đó.
 b) Nếu tỉ lệ ngày bị muộn học của A là 17% thì A thường xuất phát lúc mấy giờ?
 c) Với thời gian xuất phát ở câu b, tính xác suất để trong 30 buổi học thì sinh A bị muộn ít nhất 2 lần.

Bài 3.20. Số kwh điện năng sử dụng trong một tháng của mỗi hộ gia đình là một đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với trung bình 130kwh và độ lệch chuẩn là 20kwh. Mỗi hộ gia đình được trợ giá 100 kwh một tháng.

- a) Tính xác suất để một hộ gia đình sử dụng lượng điện năng trong một tháng không vượt quá mức trợ giá.
 b) Khu phố có 50 hộ gia đình. Tính xác suất để một tháng nào đây có đúng 5 gia đình có lượng điện năng tiêu thụ trong một tháng không vượt quá mức trợ giá.

4. Đại lượng ngẫu nhiên hai chiều

Bài 4.1. Một người lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm trong thùng chứa 10 sản phẩm, trong đó có 5 sản phẩm của hãng A, có 2 sản phẩm của hãng B và 3 sản phẩm của hãng C. Gọi X, Y lần lượt là số sản phẩm của hãng A, hãng B mà người đó có được trong số 3 sản phẩm lấy ra.

- a) Lập bảng phân phối xác suất của (X,Y).
 b) Tính xác suất để $P(X + Y \leq 2)$.
 c) Tìm hiệp phương sai và hệ số tương quan.

Bài 4.2. Một cửa hàng thời trang công sở, tới mùa giảm giá đã giảm đồng loạt, các loại váy/áo đều bán với giá 200.000 đồng/chiếc, các loại quần/zuýp đều bán với giá 100.000 đồng/chiếc. Gọi X là số váy/áo và Y là số quần/zuýp mà một người khách vào cửa hàng đã mua. Người ta thống kê được tỷ lệ mua đồ của một khách như sau:

X \ Y	0	1	2
0	8%	10%	5%
1	20%	20%	12%
2	15%	5%	5%

- a) Hãy lập bảng phân phối xác suất đồng thời của X và Y.
 b) Tính hiệp phương sai và hệ số tương quan giữa X và Y.

Bài 4.3. Cho bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) như sau:

X \ Y	1	2	3
2	0,1	0,05	0
4	0,05	0,3	0,1
5	0,2	0,1	0,1

- a) Tính $P(X = 2|Y = 2)$ và $P(Y = 2|X = 2)$. Hỏi X và Y có độc lập không?
 b) Tính $\mathbb{E}[XY]$, $\mathbb{E}[X + Y]$, $\mathbb{E}[3X - 2Y]$, $\mathbb{V}[X + Y]$.
 c) Tính hệ số tương quan.

Bài 4.4. Cho bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) như sau:

X \ Y	0	1	3
-2	0,15	0,3	0,15
1	0,1	0,2	0,1

- a) Tính $P(X = 1|Y = 1)$ và $P(Y = 1|X = 1)$. Hỏi X và Y có độc lập không?

- b) Tính $\mathbb{E}[X + Y]$, $\mathbb{E}[3X - 2Y]$, $\mathbb{V}[XY]$, $\mathbb{V}[X + Y]$.
 c) Tính hệ số tương quan.

Bài 4.5. Một thiết bị nhận và truyền tín hiệu có 3 cổng vào và 2 cổng ra. Tại cổng vào các thông tin được truyền vào cùng thời điểm. Sau khi xử lý tín hiệu, thiết bị truyền thông tin đi một cách ngẫu nhiên qua một trong hai cổng ra. Gọi X là số gói thông tin truyền qua cổng ra 1, Y là số gói thông tin truyền qua cổng ra 2. Giả sử bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) như sau:

X \ Y	0	1	2	3
0	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$
1	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{32}$	0
2	$\frac{3}{32}$	$\frac{1}{16}$	0	$\frac{1}{8}$
3	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{32}$	0	$\frac{1}{32}$

- a) Lập bảng phân phối xác suất của X và Y .
 b) Tính $P(X = 2|Y = 1)$ và $P(Y = 1|X = 2)$.
 c) Tính hiệp phương sai và hệ số tương quan.

Bài 4.6. Cho hàm khối xác suất đồng thời của biến ngẫu nhiên 2 chiều rời rạc (X, Y) như sau:

$$f(x, y) = k(x + 2y), \text{ với } x = 0, 1, 2, 3; y = 0, 1, 2.$$

- a) Tìm giá trị của tham số k . Lập bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) .
 b) Tìm bảng phân phối xác suất của X và Y .
 c) Tính hiệp phương sai và hệ số tương quan.

Bài 4.7. Một cửa hàng bán máy tính để bàn gồm cây máy tính và màn hình. Cây máy tính chia làm 3 loại với mệnh giá 5 triệu đồng, 7 triệu đồng và 10 triệu đồng. Màn hình máy tính chia làm 3 loại với mệnh giá là 1 triệu đồng, 2 triệu đồng và 3 triệu đồng. Theo thống kê của cửa hàng thì tỷ lệ bán máy tính được thống kê ở bảng dưới đây.

X \ Y	1	2	4
5	15%	10%	5%
7	20%	10%	20%
10	5%	5%	10%

- a) Lập bảng phân phối xác suất của X và Y .
 b) Tính số tiền trung bình khi bán một bộ máy tính.
 c) Tính hiệp phương sai và hệ số tương quan.

ĐÁP SỐ

1. Đại cương về lý thuyết Xác suất

1.1. a) $\frac{12}{55}$, b) $\frac{41}{55}$.

1.2. a) $\frac{C_{54}^9}{C_{64}^9}$, b) $\frac{C_{44}^9}{C_{64}^9}$.

1.3. $\frac{2}{13}$.

1.4. a) $\frac{5}{18}$, b) $\frac{5}{72}$.

1.5. a) 0, 336, b) 0, 788.

1.6. 0, 409.

1.7. 0, 405.

1.8. 0, 3856.

1.9. 0, 1175.

1.10. $\frac{3}{91}$.

1.11. $\frac{272}{525}$.

1.12. a) 2, 1%, b) $\approx 0, 09524$.

1.13. a) 79, 7%, b) $\approx 0, 4236$.

1.14. a) 70, 5%, b) $\approx 0, 2542$.

1.15. a) 38, 5%, b) $\approx 0, 3247$.

1.16. a) 43, 5%, b) $\approx 0, 2124$.

1.17. 0.2.

1.18. a) 65%, b) $\approx 0, 9719$, c) $\approx 0, 0281$.

1.19. $\approx 0, 2335$.

1.20. $\approx 0, 7443$.

2. Đại lượng ngẫu nhiên rời rạc

2.1. Bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2	3	4
P	0, 25	0, 15	0, 06	0, 027	0, 513

$$EX=2,403.$$

2.2. Bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2	3	4
P	0, 2	0, 32	0, 072	0, 102	0, 306

$$EX=1,994.$$

2.3. Bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2	3
P	0,036	0,252	0,488	0,224

2.4. Bảng phân phối xác suất của X :

X	1	2	3	4
P	$\frac{17}{20}$	$\frac{51}{380}$	$\frac{17}{1140}$	$\frac{1}{1140}$

$$EX = \frac{7}{6}$$

2.5. Bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{42}{1615}$	$\frac{308}{1615}$	$\frac{660}{1615}$	$\frac{495}{1615}$	$\frac{110}{1615}$

$$EX = \frac{11}{5}$$

2.6. Bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2	3
P	$\frac{33}{112}$	$\frac{55}{112}$	$\frac{22}{112}$	$\frac{2}{112}$

$$EX = \frac{15}{16}$$

2.7. a) 0,42, b) 42,4 triệu đồng.

2.8. a) 0,0289, b) $\approx 506,0241$ nghìn đồng.

2.9. a) Bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2	3	...	k	...
P	0,12	$0,88 \times 0,12$	$(0,88)^2 \times 0,12$	$(0,88)^3 \times 0,12$...	$(0,88)^k \times 0,12$...

b) $\approx 0,4723$.

2.10. a) Bảng phân phối xác suất của X :

X	1	2	3	...	k	...
P	0,45	$0,55 \times 0,45$	$(0,55)^2 \times 0,45$...	$(0,55)^{k-1} \times 0,45$...

b) $EX = \frac{1}{0,45} \approx 2,2222$.

2.11. a) Bảng phân phối xác suất của X :

X	1	2	3	...	k	...
P	0,2	$0,8 \times 0,2$	$(0,8)^2 \times 0,2$...	$(0,8)^{k-1} \times 0,2$...

b) $EX = 5$.

2.12. $EX = 735$; $DX = 53826,5$.

2.13. a) Gọi X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số động cơ hoạt động. Bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2	3	4	5
P	0,00243	0,02835	0,1323	0,3087	0,36015	0,16807

b) 0,52822.

2.14. 24,75 tỷ đồng.

2.15. 21,5 nghìn đồng.

2.16. a) Gọi X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số ô tô tải bị hỏng trong một ngày của một đội thi công. Bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2	...	9	10
P	$(0,85)^{10}$	$10 \cdot (0,85)^9 \cdot 0,15$	$45 \cdot (0,85)^8 \cdot (0,15)^2$...	$10 \cdot 0,85 \cdot (0,15)^9$	$(0,15)^{10}$

b) Gọi Y là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số ô tô tải bị hỏng trong một ngày của công ty. $EY = 4,5$.

c) Ta tính được $P(Y \leq 6) \approx 0,8474$; $P(Y \leq 8) \approx 0,9722$; $P(Y \leq 10) \approx 0,9971$. Nếu bố trí 4 thợ sửa xe thì việc đủ thợ để sửa các xe hỏng được đảm bảo với một xác suất cao là trên 97%. Nếu bớt đi một thợ thì xác suất có đủ thợ để sửa xe giảm đi khá nhiều còn gần 85%. Mặt khác việc bố trí nhiều hơn 4 thợ để hạ thấp rủi ro (xác suất không đủ thợ chưa đến 3%) là không thật sự cần thiết. Như vậy bố trí 4 thợ sửa xe là hợp lý nhất.

2.17. a) $3,1189 \times 10^{-5}$, b) 784.000 đồng.

2.18. a) $\approx 0,3975$, b) $EY \approx 2,8055$.

2.19. a) Gọi X là tiền lãi trong một ngày của trạm xe. $EX \approx 20,77316\$$

b) Gọi Y là tiền lãi trong một ngày của trạm xe khi trạm có bốn xe. $EY \approx 18,93441\$$. Như vậy sử dụng ba xe là hợp lý hơn.

2.20. a) 0,00197, b) 930.000 đồng.

3. Đại lượng ngẫu nhiên liên tục

3.1. a) $a = \frac{1}{2}$, b) $\frac{\sqrt{2}}{4}$,

$$c) F(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < -\frac{\pi}{2}, \\ \frac{1}{2}(1 + \sin x) & \text{nếu } -\frac{\pi}{2} \leq x < \frac{\pi}{2}, \\ 1 & \text{nếu } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

3.2. a) $\approx 7,5938 \times 10^{-5}$, b) $3,0368 \times 10^{-4}$.

3.3. a) $\approx 4,9778$, b) 0,1199.

3.4. a) $EX = 2$, b) $\approx 0,04513$.

3.5. a) $EX = 2, DX = 0,8$, b) 15,625%.

3.6. a) 0,6944, b) 0,00165.

3.7. a) $\approx 0,8086$, b) $\approx 0,0044$.

3.8. a) $\frac{1}{64}$, b) Trung bình có 1,5625 xe.

3.9. a) $\frac{37}{64}$, b) 370, 37037 triệu đồng.

3.10. a) $\approx 0,4724$, b) Từ 11, 9829 ngày trở lên.

3.11. a) $\approx 0,5276$, b) $\approx 0,1469$

3.12. a) $\approx 0,4111$, b) Trung bình là 11, 7778 chiếc.

3.13. a) $\approx 0,7199$, b) 0,0353.

3.14. a) $\approx 0,2921$, b) Trung bình là 17, 6983 chiếc.

3.15. a) 0, 2266, b) $\approx 0,1967$.

3.16. a) 0,0367, b) Trung bình là 1, 101 ngày.

3.17. a) 0, 9452, b) $\approx 0,003565$.

3.18. a) 0, 3085, b) 537, 25 nghìn đồng.

3.19. a) 0, 69146, b) 6 giờ 32 phút, c) $\approx 0,9733$.

3.20. a) 0,0668, b) $\approx 0,1256$.

4. Đại lượng ngẫu nhiên hai chiều

4.1. a)

$X \backslash Y$	0	1	2
0	$\frac{1}{120}$	$\frac{6}{120}$	$\frac{3}{120}$
1	$\frac{15}{120}$	$\frac{30}{120}$	$\frac{5}{120}$
2	$\frac{30}{120}$	$\frac{20}{120}$	0
3	$\frac{10}{120}$	0	0

b) $P(X + Y \leq 2) = \frac{85}{120}$

c) $Cov(X, Y) = -\frac{7}{30}$, $\rho(X, Y) = -0,5$.

4.2. a)

X (váy/áo)	0	1	2
P	0,23	0,52	0,25

Y (quần/zuýp)	0	1	2
P	0,43	0,35	0,22

b) $Cov(X, Y) = -0,0658$, $\rho(X, Y) = 0,1221$.

4.3. a) $\frac{1}{9}$ và $\frac{1}{3}$. X và Y không độc lập.

b) $\mathbb{E}[XY] = 7,7$; $\mathbb{E}[X+Y] = 5,95$; $\mathbb{E}[2X-3Y] = 9,6$;
 $\mathbb{V}[X+Y] = 1,7475$.

c) $\rho(X, Y) = 0,1593$.

4.4. a) 0, 4 và 0, 5. X và Y độc lập.

b) $\mathbb{E}[X+Y] = 0,45$; $\mathbb{E}[3X-2Y] = -4,9$; $\mathbb{V}[XY] = 6,7$, $\mathbb{V}[X+Y] = 3,3475$.

c) $\rho(X, Y) = 0$

4.5. a)

X	0	1	2	3
P	$\frac{11}{32}$	$\frac{6}{32}$	$\frac{9}{32}$	$\frac{6}{32}$

Y	0	1	2	3
P	$\frac{8}{32}$	$\frac{12}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{7}{32}$

b) $P(X=2|Y=1) = \frac{1}{6}$, $P(Y=1|X=2) = \frac{2}{9}$.

c) $Cov(X, Y) = -\frac{71}{512}$, $\rho(X, Y) = -0,1138$

4.6. a) $k = \frac{1}{42}$

$X \backslash Y$	0	1	2
0	0	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$
1	$\frac{1}{42}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{5}{42}$
2	$\frac{1}{21}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{1}{7}$
3	$\frac{1}{14}$	$\frac{5}{42}$	$\frac{1}{6}$

b)

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{14}$

Y	0	1	2
P	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{11}{21}$

c) $Cov(X, Y) = -0,1361$, $\rho(X, Y) = -0,1778$

4.7. a)

X	5	7	10
P	0,3	0,5	0,2

X	1	2	4
P	0,4	0,25	0,35

b) 9,3 triệu

c) $Cov(X, Y) = 0,55$, $\rho(X, Y) = 0,2428$

MẪU ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC PHẦN

Bộ môn Đại số và Xác suất thống kê trân trọng giới thiệu một số mẫu đề thi kết thúc học phần môn Xác suất thống kê. Để có sự chuẩn bị tốt cho kỳ thi sinh viên cần lưu ý các điểm sau:

1. Thời gian làm bài đối với mỗi đề thi là 70 phút. Sinh viên dự thi không phải chép đề.
2. Không được mang tài liệu trong phòng thi. Không mang điện thoại vào phòng thi. Sinh viên vi phạm sẽ nhận điểm 0 và bị đình chỉ thi.
3. Mang thẻ sinh viên khi đi thi, mang máy tính, bảng tra để sử dụng trong giờ thi.
4. Sinh viên không được nháp hay viết vẽ gì vào đề thi, phải nộp lại đề thi cùng bài làm khi hết giờ làm bài.

ĐỀ SỐ 1

Câu 1. Một sinh viên mới ra trường đồng thời nộp bốn hồ sơ xin việc cho bốn công ty, phỏng vấn trình độ và chờ kết quả. Cho biết xác suất để mỗi công ty nhận sinh viên đó vào thử việc tương ứng là 0,15; 0,35; 0,3 và 0,25. Tính xác suất của sự kiện "có ít nhất một công ty nhận sinh viên đó vào thử việc đồng thời công ty thứ ba không nhận sinh viên đó".

Câu 2. Một tuyến xe bus có 16 điểm dừng đón khách. Giả sử tại mỗi điểm dừng số khách lên xe tuân theo luật phân phối Poisson với tham số $\lambda = 7$. Biết mỗi khách đi xe phải trả 7000 đồng.

- a) Tính xác suất của sự kiện trong 16 điểm dừng có 10 điểm có không ít hơn 3 hành khách lên xe.
- b) Tính số tiền trung bình thu được khi chạy một chuyến xe bus trên.

Câu 3. Theo tiêu chuẩn kỹ thuật, một loại bê tông tươi đã để quá 3 giờ thì không được phép đổ vào vị trí thi công nữa. Thời gian để vận chuyển bằng xe từ trạm trộn đến một công trình và sắp xếp thiết bị để bơm hết bê tông từ xe vào vị trí thi công là đại lượng ngẫu nhiên X có hàm mật độ là

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 1 \text{ (giờ)}, \\ \frac{1024}{(x+3)^5} & \text{nếu } x \geq 1 \text{ (giờ)}. \end{cases}$$

- a) Tính xác suất để một xe bê tông bị quá hạn không được phép đổ bê tông vào vị trí thi công nữa.
- b) Trong 120 xe bê tông tươi được vận chuyển đến công trình đó, giá trị trung bình của số xe bị quá hạn là bao nhiêu?

Câu 4. Tại một cửa hàng bán quạt điện, có 3 loại quạt với mức giá 1 triệu, 2 triệu và 5 triệu đồng. Có hai người khách cùng đến và chọn mua mỗi người một cái. Gọi X là số tiền mua của người thứ nhất, Y là số tiền mua của người thứ hai. Cho biết bảng phân phối xác suất đồng thời của (X, Y) như sau:

$X \backslash Y$	1	2	5
1	0,2	0,15	0,05
2	0,25	0,1	0,05
5	0,01	0,05	0,05

- a) Tính hiệp phương sai giữa X và Y .
- b) Tính hệ số tương quan giữa X và Y .

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Cho biết tuyến vận tải hành khách nối hai thành phố A, B được ba công ty vận tải đăng ký khai thác với tỉ lệ được phân bổ trên tổng số chuyến tương ứng

là 0,42; 0,33 và 0,25. Tỉ lệ xe của mỗi hãng không đảm bảo các yêu cầu về khí thải tương ứng là 0,2; 0,3; 0,4.

- a) Tính tỉ lệ các chuyến xe khách không đảm bảo các yêu cầu về khí thải của tuyến vận tải hành khách trên.
- b) Kiểm tra ngẫu nhiên một chuyến xe của tuyến vận tải hành khách trên và thấy xe không đảm bảo các yêu cầu về khí thải. Tính xác suất để xe đó thuộc về công ty vận tải thứ ba.

Câu 2. Một công ty bảo hiểm bán bảo hiểm cho 250.000 học sinh trong một năm với mức bán 280.000 đồng một học sinh. Nếu học sinh có bảo hiểm bị tai nạn ở mức được chi trả bảo hiểm thì công ty sẽ chi tiền số tiền bảo hiểm là 15 triệu đồng. Cho biết xác suất gặp tai nạn ở mức được chi trả bảo hiểm của mỗi học sinh trong một năm là 0,003. Hãy tính số tiền lãi trung bình của công ty khi bán bảo hiểm cho 250.000 học sinh đó.

Câu 3. Một khách sạn lắp đặt 36 chiếc điều hòa. Biết tuổi thọ của mỗi chiếc điều hòa tuân theo luật phân phối mũ với thời gian trung bình là 7,5 (năm).

- a) Tính xác suất để một chiếc điều hòa có tuổi thọ trên 6 năm.
- b) Tính trung bình số điều hòa phải thay thế sau 6 năm.

Câu 4. Trong một cuộc phỏng vấn tuyển người của công ty, người ta chấm điểm kỹ năng giao tiếp và chuyên môn. Gọi X và Y là điểm kỹ năng giao tiếp và điểm chuyên môn tương ứng của một người. Cho biết bảng phân phối xác suất của (X, Y) như sau:

$X \backslash Y$	3	5	8	10
5	0,05	0,2	0,3	0,15
10	0,05	0,05	0,15	0,05

- a) Tính hiệp phương sai giữa X và Y .
- b) Tính điểm trung bình của một người.

ĐỀ SỐ 3

Câu 1. Một sinh viên đi từ nhà đến trường phải đi qua 2 vị trí có đèn tín hiệu giao thông. Hệ thống đèn tín hiệu thứ nhất đặt thời gian 35 giây màu xanh, 5 giây màu vàng, và 60 giây màu đỏ. Hệ thống đèn tín hiệu thứ hai đặt thời gian 45 giây màu xanh, 5 giây màu vàng, và 40 giây màu đỏ. Các hệ thống đèn tín hiệu hoạt động độc lập với nhau. Tính xác suất để sinh viên đó gặp đúng 2 lần đèn có màu khác nhau khi đi đến trường.

Câu 2. Tại quầy thanh toán của siêu thị, đầu đọc mã vạch có khả năng đọc chính xác mã vạch trên sản phẩm với xác suất 87%. Nếu đầu đọc không đọc được mã vạch trên sản phẩm nào đấy thì nhân viên thu ngân phải nhập mã số của sản phẩm đó vào máy tính theo cách làm thủ công. Gọi X là đại lượng ngẫu nhiên chỉ số lượng sản phẩm mà đầu đọc đọc được mã vạch trên đó giữa hai lần

thu ngân nhập mã số theo kiểu thủ công.

- a) Hãy lập bảng phân phối xác suất của X .
b) Tính xác suất của sự kiện đầu đọc được mã vạch không quá bốn lần liên tiếp.

Câu 3. Doanh thu hàng ngày của một gian hàng trong một siêu thị hàng điện tử là một đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với giá trị trung bình là 35 triệu đồng và độ lệch tiêu chuẩn là 5 triệu đồng. Nếu ngày nào gian hàng đạt doanh thu trên 40 triệu đồng thì các nhân viên bán hàng được nhận 1 điểm thưởng do có doanh thu cao.

- a) Tính xác suất để sau một ngày bán hàng các nhân viên của gian hàng được nhận 1 điểm thưởng.
b) Tính xác suất để trong trong 1 tuần (gồm 7 ngày) các nhân viên bán hàng tích lũy được ít nhất 3 điểm thưởng.

Câu 4. Chi phí quảng cáo X (triệu đồng) và doanh thu Y (triệu đồng) của một công ty trong tháng được cho bởi bảng phân phối xác suất sau đây:

$X \backslash Y$	400	700	1000
20	0,2	0,1	0,05
40	0,1	0,25	0,3

- a) Tính hiệp phương sai giữa X và Y .
b) Tính hệ số tương quan giữa X và Y .

ĐỀ SỐ 4

Câu 1. Một nhà đầu tư dự tính trong hai phiên giao dịch liên tiếp sẽ đặt lệnh mua hai mã chứng khoán khác nhau. Mỗi phiên giao dịch ông ta đặt mua 2 lệnh; mỗi lệnh mua một mã chứng khoán. Ở mỗi phiên, xác suất để lệnh mua mã thứ nhất được thực hiện thành công là 0,5; xác suất để lệnh mua mã thứ hai được thực hiện thành công là 0,7. Tính xác suất để xảy sự kiện: số lệnh đặt mua được thực hiện thành công ở phiên thứ nhất ít hơn phiên thứ hai.

Câu 2. Một nhà đầu tư muốn bán đi một lượng cổ phiếu và ông đặt lệnh bán toàn bộ số cổ phiếu này mỗi ngày một lần và liên tiếp từng ngày cho đến khi lệnh bán được thực hiện thành công. Cho biết rằng xác suất để lệnh bán được thực hiện thành công trong mỗi ngày là 0,33. Gọi X là số ngày nhà đầu tư đưa ra lệnh bán số cổ phiếu đó.

- a) Hãy lập bảng phân phối xác suất của X .
b) Tính giá trị trung bình của X .

Câu 3. Cho biết thời gian gửi tiền thực tế X của các sổ tiết kiệm kỳ hạn 3 tháng là một đại lượng ngẫu nhiên có hàm mật độ như sau:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x \notin [0, 4] \\ \frac{15}{2048}(16x^2 - x^4) & \text{nếu } x \in [0, 4] \end{cases}$$

- a) Tính xác suất để một sổ tiết kiệm kỳ hạn 3 tháng bị rút ra trước khi đáo hạn.

b) Trong một ngày một phòng giao dịch lập 10 sổ tiết kiệm kỳ hạn 3 tháng mới. Tính xác suất của sự kiện trong 10 sổ tiết kiệm đó có 6 sổ bị rút ra trước khi đáo hạn.

Câu 4. Cho hàm khối xác suất đồng thời của (X, Y) như sau: $f(x, y) = c(x + y)$, $x = 1, 2, 3$; $y = 1, 3$.

- a) Tìm hệ số c .
b) Tính hiệp phương sai giữa X và Y .

ĐỀ SỐ 5

Câu 1. Thị trường điện thoại di động ở một thành phố lớn có cấu trúc như sau: Các hãng A, B, C tương ứng chiếm 27%; 35%; 20% thị phần, các hãng khác chiếm 18% thị phần. Theo số liệu đã biết tỉ lệ hàng giả hàng nhái của các hãng A, B, C tương ứng là 15%, 5%, 10%. Tỉ lệ hàng giả hàng nhái của các hãng còn lại là 16%.

- a) Tính tỉ lệ hàng giả hàng nhái chung của mặt hàng điện thoại di động trong cả thị trường.
b) Chọn ngẫu nhiên một khách hàng sử dụng điện thoại chính hãng. Tính xác suất để chiếc điện thoại do người đó sử dụng là điện thoại của hãng C.

Câu 2. Tại một gian hàng của siêu thị người ta đặt vào đó 24 chai nước ép hoa quả trong đó có 3 chai mà hạn sử dụng chỉ còn không quá một tháng. Một khách hàng muốn lấy một chai mà hạn sử dụng còn trên một tháng để bỏ vào giỏ hàng của mình. Người đó chọn ngẫu nhiên từng chai để kiểm tra hạn sử dụng. Nếu chai được chọn là chai mà hạn sử dụng chỉ còn không quá một tháng thì loại ra và chọn tiếp chai khác. Gọi X là số chai mà người đó phải kiểm tra. Hãy lập bảng phân phối xác suất của X và tính giá trị trung bình của X .

Câu 3. Một loại thực phẩm có thời hạn sử dụng ba tháng. Giá thành sản xuất của mỗi gói sản phẩm là 25 nghìn đồng. Nhà sản xuất bán sỉ cho các đại lý phân phối với giá bán là 45 nghìn đồng trên một gói sản phẩm và không lấy tiền các sản phẩm bị trả về do hết hạn sử dụng. Cho biết thời gian phân phối sản phẩm X tính từ ngày sản xuất cho đến ngày một gói sản phẩm đến tay người tiêu dùng (được sử dụng) là một đại lượng ngẫu nhiên có hàm

$$\text{mật độ như sau: } f(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } x < 0 \text{ (tháng),} \\ \frac{50}{(x+5)^3} & \text{nếu } x \geq 0 \text{ (tháng).} \end{cases}$$

- a) Tính xác suất để một gói sản phẩm được người tiêu dùng sử dụng có thời gian phân phối dưới một tháng.
b) Tính lợi nhuận trung bình của nhà sản xuất khi xuất xưởng một lô hàng gồm 60.000 gói sản phẩm.

Câu 4. Cho hàm khối xác suất đồng thời của (X, Y) như sau: $f(x, y) = cxy$, $x = 2, 3$; $y = 3, 5, 6$.

- a) Tìm hệ số c .
b) Tính hiệp phương sai giữa X và Y .

Bảng 1: Bảng phân phối chuẩn tắc $\Phi(z) = P(Z \leq z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-x^2/2} dx$

<i>z</i>	-0.09	-0.08	-0.07	-0.06	-0.05	-0.04	-0.03	-0.02	-0.01	0.00
-3.5	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002	.0002
-3.4	.0002	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003
-3.3	.0003	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0005	.0005	.0005
-3.2	.0005	.0005	.0005	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0007	.0007
-3.1	.0007	.0007	.0008	.0008	.0008	.0008	.0009	.0009	.0009	.0010
-3.0	.0010	.0010	.0011	.0011	.0011	.0012	.0012	.0013	.0013	.0013
-2.9	.0014	.0014	.0015	.0015	.0016	.0016	.0017	.0018	.0018	.0019
-2.8	.0019	.0020	.0021	.0021	.0022	.0023	.0023	.0024	.0025	.0026
-2.7	.0026	.0027	.0028	.0029	.0030	.0031	.0032	.0033	.0034	.0035
-2.6	.0036	.0037	.0038	.0039	.0040	.0041	.0043	.0044	.0045	.0047
-2.5	.0048	.0049	.0051	.0052	.0054	.0055	.0057	.0059	.0060	.0062
-2.4	.0064	.0066	.0068	.0069	.0071	.0073	.0075	.0078	.0080	.0082
-2.3	.0084	.0087	.0089	.0091	.0094	.0096	.0099	.0102	.0104	.0107
-2.2	.0110	.0113	.0116	.0119	.0122	.0125	.0129	.0132	.0136	.0139
-2.1	.0143	.0146	.0150	.0154	.0158	.0162	.0166	.0170	.0174	.0179
-2.0	.0183	.0188	.0192	.0197	.0202	.0207	.0212	.0217	.0222	.0228
-1.9	.0233	.0239	.0244	.0250	.0256	.0262	.0268	.0274	.0281	.0287
-1.8	.0294	.0301	.0307	.0314	.0322	.0329	.0336	.0344	.0351	.0359
-1.7	.0367	.0375	.0384	.0392	.0401	.0409	.0418	.0427	.0436	.0446
-1.6	.0455	.0465	.0475	.0485	.0495	.0505	.0516	.0526	.0537	.0548
-1.5	.0559	.0571	.0582	.0594	.0606	.0618	.0630	.0643	.0655	.0668
-1.4	.0681	.0694	.0708	.0721	.0735	.0749	.0764	.0778	.0793	.0808
-1.3	.0823	.0838	.0853	.0869	.0885	.0901	.0918	.0934	.0951	.0968
-1.2	.0985	.1003	.1020	.1038	.1056	.1075	.1093	.1112	.1131	.1151
-1.1	.1170	.1190	.1210	.1230	.1251	.1271	.1292	.1314	.1335	.1357
-1.0	.1379	.1401	.1423	.1446	.1469	.1492	.1515	.1539	.1562	.1587
-0.9	.1611	.1635	.1660	.1685	.1711	.1736	.1762	.1788	.1814	.1841
-0.8	.1867	.1894	.1922	.1949	.1977	.2005	.2033	.2061	.2090	.2119
-0.7	.2148	.2177	.2206	.2236	.2266	.2296	.2327	.2358	.2389	.2420
-0.6	.2451	.2483	.2514	.2546	.2578	.2611	.2643	.2676	.2709	.2743
-0.5	.2776	.2810	.2843	.2877	.2912	.2946	.2981	.3015	.3050	.3085
-0.4	.3121	.3156	.3192	.3228	.3264	.3300	.3336	.3372	.3409	.3446
-0.3	.3483	.3520	.3557	.3594	.3632	.3669	.3707	.3745	.3783	.3821
-0.2	.3859	.3897	.3936	.3974	.4013	.4052	.4090	.4129	.4168	.4207
-0.1	.4247	.4286	.4325	.4364	.4404	.4443	.4483	.4522	.4562	.4602
0.0	.4641	.4681	.4721	.4761	.4801	.4840	.4880	.4920	.4960	.5000

